

I. Conservation de la charge

1. Enoncer la relation de conservation de la charge.
2. Justifier le choix de signes qui a été fait dans cette équation.
Astuce : On peut prendre l'exemple d'un courant radial regarder les signes des différents termes de l'équation.
3. Considérons un volume quelconque V , délimité par une surface fermée S . Intégrer l'équation de conservation de la charge sur le volume, pour obtenir une expression portant sur la charge et le courant globales. Ce résultat vous paraît-il correct ?
4. Soient deux densités de courant :
 \vec{j}_a , à module et direction constante, et
 \vec{j}_b , à module qui augmente linéairement dans la direction du courant et à direction constante (voir la figure ci-dessous).
Proposer une expression pour \vec{j}_a et \vec{j}_b . Calculer $\text{div } \vec{j}$ dans les deux cas.
5. Commenter sur la valeur de $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ dans les deux cas. Justifier le résultat d'un point de vue physique.



II. Application

Soit un conducteur homogène, isotrope et linéaire de conductivité γ .

1. En combinant la relation de conservation de la charge avec la loi d'Ohm locale ($\vec{j}(\vec{r}, t) = \gamma \vec{E}(\vec{r}, t)$) et l'équation de Maxwell-Gauss (qui relie le champ électrique et la densité de charge), montrer que :

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} + \frac{\gamma \rho(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} = 0$$

2. En utilisant cette équation différentielle montrer que si par un processus quelconque on apportait à l'intérieur du conducteur à l'instant $t = 0$ un supplément local de charge correspondant à une densité ρ_0 , cette densité disparaîtrait suivant la loi :

$$\rho = \rho_0 \exp(-t/\tau).$$

Donner l'expression de τ . Calculer τ pour $\gamma = 10^7 \Omega^{-1} m^{-1}$. Commenter ce phénomène physique.

Rappel : $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} m^{-3} kg^{-1} s^4 A^2$

III. Conservation de la charge et équations de Maxwell

1. Rappeler l'équation de Maxwell-Ampère. Quel terme correspond au courant de déplacement ?
2. Montrer qu'il y a un lien entre l'équation de Maxwell-Ampère et l'équation de conservation de la charge.