

I. Questions de cours

1. Rappeler la relation entre
 - (a) le champ électrostatique et le potentiel électrostatique
 - (b) le champ magnétique et le potentiel vecteur
2. Utiliser la relation de Maxwell-Faraday ($\overrightarrow{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$) pour rajouter un terme dépendant de \vec{A} à l'équation de 1.a .
3. Commenter sur le lien entre \vec{E} et \vec{B} dans le cas statique et le cas variable au cours du temps.

II. Changement de Jauge

1. En électrostatique le potentiel V est défini à une constante près. D'où vient ce degré de liberté ?
2. On se place maintenant dans le cas où les champs varient au cours du temps.
 - (a) Est-ce que le potentiel électromagnétique (V, \vec{A}) est défini de façon unique ?
 - (b) Comment peut-on modifier le potentiel vecteur \vec{A} de façon à ce que le champ magnétique qu'il engendre soit toujours le même ?
 - (c) Cette modification de \vec{A} étant faite, comment doit-on modifier le potentiel scalaire V pour que le champ électrique crée soit toujours le même ?
3. Utiliser les équations de Maxwell et les équations des réponses aux questions de cours pour montrer que :
 - (a) $\Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{div} \vec{A}$
 - (b) $\Delta \vec{A} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} + \mu_0 \vec{j} = \overrightarrow{grad} \{ \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div} \vec{A} \}$
4. La jauge de Lorenz consiste à imposer $\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div} \vec{A} = 0$. Montrer que dans ce cas les deux potentiels obéissent à des équations similaires, pour lesquelles seul les termes source diffèrent. Quel est l'intérêt de l'utilisation de cette jauge ?

Rappels :

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{grad}(V)) = \vec{0}$$

$$\text{div}(\overrightarrow{grad}(V)) = \Delta V$$

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot} \vec{V}) = \overrightarrow{grad}(\text{div}(\vec{V})) - \Delta \vec{V}$$