

I. Courant de déplacement

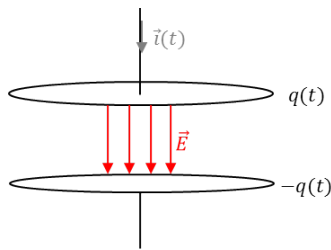
Dans un premier temps nous allons établir la relation de Maxwell-Ampère en régime dépendant du temps, en partant de sa forme stationnaire.

1. Rappeler la relation de conservation de la charge, en expliquant les différents termes (et signes !) qui la constituent.
2. Montrer que l'équation de Maxwell-Ampère en régime stationnaire ($\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$) est incompatible avec la relation de conservation de la charge.
3. Nous allons rajouter un terme dépendant du temps à l'équation de Maxwell-Ampère en régime stationnaire, pour la rendre compatible avec la conservation de la charge.
 - (a) Rajouter un vecteur \vec{C} à l'équation de Maxwell-Ampère en régime stationnaire. Utiliser la conservation de la charge pour trouver un lien entre \vec{C} et ρ .
 - (b) Utiliser l'équation de Maxwell-Gauss (reliant le champ électrique à la densité de charge) pour exprimer \vec{C} en fonction du champ électrique.
 - (c) Identifier le terme correspondant au courant de déplacement.

C'est avec un raisonnement théorique comme celui-ci que Maxwell a complété l'équation d'Ampère pour la rendre valable en régime variable. Une vérification simple du résultat consiste à observer l'induction d'un champ magnétique par un champ électrique variable entre les plaques d'un condensateur.

II. Induction dans un condensateur

On considère un condensateur plan à armatures circulaires A et B, de rayon R. La charge de l'armature A varie au cours du temps, de manière suffisamment lente pour qu'on puisse considérer que le champ électrique entre les plaques est uniforme. L'intensité du courant se dirigeant vers l'armature A est $i(t)$. Le champ électrique entre les plaques est égal à $\vec{E}(t) = -\sigma(t)/\epsilon_0 \vec{e}_z$ où $\sigma(t)$ est la densité de charge surfacique du condensateur.



1. Calculer le champ magnétique induit entre les plaques, à l'intérieur ($r < R$) et à l'extérieur ($r > R$) du condensateur, en fonction de $i(t)$, \vec{r} et R. Pour cela :
 - Exprimer $i(t)$ en fonction de $\sigma(t)$.
 - Utiliser les invariances et symétries du problème pour déterminer la direction du champ magnétique.
 - Utiliser l'équation de Maxwell-Ampère qui peut être simplifiée grâce aux symétries.
2. Montrer qu'à l'extérieur du condensateur ($r > R$), le champ magnétique induit correspond au champ créé par un fil parcouru par un courant $i(t)$.
3. Le champ magnétique induit à son tour un champ électrique $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$. Calculer ce champ.