

Questions de cours

1. Rappeler la définition de flux à travers une surface.
2. Rappeler le théorème de Gauss.

Systèmes de coordonnées

1. Exprimer le vecteur unitaire \vec{e}_ρ de coordonnées cylindriques en coordonnées cartésiennes
2. Exprimer le vecteur unitaire \vec{e}_r de coordonnées sphériques en coordonnées cartésiennes

Autour de la divergence

Soient les trois champs suivants, en coordonnées cartésiennes :

$$\vec{A} \begin{pmatrix} ay \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{B} \begin{pmatrix} bx \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{C} \begin{pmatrix} \frac{x}{(x^2+y^2)} \\ \frac{y}{(x^2+y^2)} \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Exprimer \vec{C} dans les coordonnées qui vous paraissent les plus appropriées.
2. Représenter les trois champs de vecteurs.
3. Calculer la divergence des trois champs de vecteurs.
4. Pour chaque champ de vecteurs calculer son flux à travers une surface fermée :
 - Choisir une surface en fonction des symétries du champ vectoriel
 - Écrire l'expression (les expressions) du vecteur surfacique infinitésimal pour chaque face de la surface
 - Calculer le flux
5. Conclure sur le lien entre le flux (d'entrée/sortie), l'existence de "sources" pour les vecteurs et la divergence.
6. *Question Bonus* : L'équation de Maxwell-Gauss est une équation locale d'électrostatique. Elle s'écrit : $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$. Pouvez-vous expliquer le lien entre cette équation et le théorème de Gauss ?